

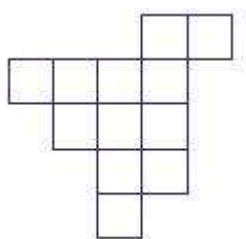
**Всероссийская олимпиада школьников по математике**

**Школьный тур**

2018-2019г

**4-5класс**

1. Разрежьте фигуру на 3 равные части.



2. Как, ничего не измеряя, отрезать от ленты длиной 1 м 44 см кусок длиной 27 см?

3. Петя может получить число 100, используя десять двоек, скобки и знаки арифметических действий:

$$100 = (22 : 2 - 2 : 2) \cdot (22 : 2 - 2 : 2)$$

Приведите свой пример получения числа 100, используя двойки, скобки и знаки арифметических действий.

4. На одной чаше весов лежат шесть одинаковых пачек чая и гиря массой 50г., а на другой – одна пачка чая и две гири массой 100г и 200 г. Весы находятся в равновесии. Определите, сколько граммов весит одна пачка чая?

5. Вова сказал: «Некоторые учащиеся нашего класса написали своим одноклассникам 2 или 4 записки. В результате каждый из 29 учащихся класса получил по 3 записки». Не ошибся ли Вова? Ответ обоснуйте.

6. В комнате стоят трехногие табуретки и четырехногие стулья. Когда на все эти сидячие места уселись люди, в комнате оказалось 39 ног. Сколько в комнате табуреток? Ответ обоснуйте.

**бкласс**

1. Во всех подъездах дома одинаковое число этажей, а на каждом этаже одинаковое число квартир. При этом число этажей в доме больше числа квартир на этаже, число квартир на этаже больше числа подъездов, а число подъездов больше одного. Сколько этажей в доме, если всего в нём 110 квартир? Ответ обоснуйте.
2. Используя цифру 3, скобки и знаки арифметических действий получите число 100.  
( Предложите вариант с использованием меньшего количества знаков).
3. Вычеркните в числе 141565041 три цифры так, чтобы получившееся число делилось на 30. В ответе укажите все возможные случаи таких чисел.
4. Имеется 19 каменных глыб весом 1,2 т каждая и 47 глыб весом 1,1 т каждая. Начальник станции хочет погрузить их в два вагона так, чтобы общий вес камней в них был одним и тем же. Сможет ли он сделать это, не дробя камни? Ответ обоснуйте.
5. У ослика Иа-Иа есть 100 палочек. Длина каждой палочки — 1 см или 3 см. Докажите, что, сломав не более одной палочки, Иа-Иа сможет из всех палочек сложить прямоугольник (ослик ломает палочку на две части).
6. Четыре приятеля собирали грибы. На вопрос: «Сколько грибов вы вместе собрали?» они ответили так. Петя: «Не меньше ста». Вася: «Белых – двадцать, а остальные я не считал». Миша: «Вася ошибся». Юра: «Не больше 99» Сколько ребят сказали правду? Ответ обоснуйте.

## 7класс

1. В корзине лежит 45 грибов: рыжики и грузди. Известно, что среди любых 23 грибов имеется хотя бы один рыжик, а среди любых 24 грибов хотя бы один груздь. Сколько рыжиков в корзине? Ответ обоснуйте.
2. Саша пригласил Петю в гости, сказав, что живёт в седьмом подъезде в квартире № 462, а этаж сказать забыл. Подойдя к дому, Петя обнаружил, что дом семиэтажный. На каком этаже живёт Саша? (На каждом этаже число квартир одинаково, номера квартир в доме начинаются с единицы.) Ответ обоснуйте.
3. Большой треугольник разбит тремя жирными отрезками на 4 треугольника и 3 четырёхугольника. Сумма периметров четырёхугольников равна 25 см, сумма периметров четырёх треугольников равна 20 см, периметр исходного большого треугольника равен 19 см. Найдите сумму длин трёх жирных отрезков. Ответ обоснуйте.



4. В бак объёмом 38 литров каждый час, начиная с 12 часов, наливают полное ведро воды объёмом 8 литров. Но в днище бака есть небольшая щель, и из неё за час вытекает 3 литра. В какой момент времени (в часах) бак будет заполнен полностью.
5. Решите уравнение  $|2x - |x - 1|| = 4$ .
6. Вычеркните в числе 123456 три цифры так, чтобы получившееся трёхзначное число делилось на 27. В ответе укажите все возможные случаи таких чисел.

## 8класс

1. Папа, Маша и Яша идут в школу. Пока папа делает 3 шага, Маша делает 5 шагов. Пока Маша делает 3 шага, Яша делает 5 шагов. Маша и Яша посчитали, что вместе они сделали 400 шагов. Сколько шагов сделал папа? Ответ обоснуйте.

2. Точка  $K$  – середина гипотенузы  $AB$  прямоугольного равнобедренного треугольника  $ABC$ . Точки  $L$  и  $M$  выбраны на катетах  $BC$  и  $AC$  соответственно так, что  $BL = CM$ . Докажите, что треугольник  $LMK$  – также прямоугольный равнобедренный.

3. Постройте график функции  $y = |2x - 4| - |x|$

4. В обменном пункте можно совершить одну из двух операций:

- за 2 золотых монеты получить 3 серебряных и одну медную;
- за 5 серебряных монет получить 3 золотых и одну медную.

У Николая были только серебряные монеты. После нескольких посещений обменного пункта серебряных монет у него стало меньше, золотых не появилось, зато появилось 50 медных. На сколько уменьшилось количество серебряных монет у Николая?

5. Вычислить:  $\frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} + \frac{1}{90} + \frac{1}{110} + \frac{1}{132}$ .

6. В кабинете министров Анчурии 100 министров. Среди них есть жулики и честные министры. Известно, что из любых десяти министров, по крайней мере, один министр – жулик. Какое наименьшее число министров-жуликов может быть в кабинете?

### 9класс

1. Постройте график функции:  $y = \sqrt{(x+1)^2} - \sqrt{(x-1)^2}$

2. В треугольнике  $ABC$  медиана  $BM$  в два раза меньше стороны  $AB$  и образует с ней угол  $40^\circ$ . Найдите угол  $ABC$ .

3. Назовем число зеркальным, если слева направо оно «читается» так же, как справа налево. Например, число 12321 – зеркальное.

а) Напишите какое-нибудь зеркальное пятизначное число, которое делится на 5.

б) Сколько существует пятизначных зеркальных чисел, которые делятся на 5?

4. Каково отношение площади закрашенной части к белой (вершины всех квадратов за исключением самого большого находятся в серединах соответствующих сторон)?



5. Вася задумал два числа. Их сумма равна их произведению и равна их частному. Какие числа задумал Вася?

6. В кабинете министров Анчурии 100 министров. Среди них есть жулики и честные министры. Известно, что из любых десяти министров, по крайней мере, один министр – жулик. Какое наименьшее число министров-жуликов может быть в кабинете?

## 10 класс

1. Каждое из чисел 1, -2, -3, 4, -5, 7, -8, 9, 10, -11 по одному записывают на 10 карточках. Карточки переворачивают и перемешивают. На их чистых сторонах заново пишут по одному каждое из чисел 1, -2, -3, 4, -5, 7, -8, 9, 10, -11. После этого числа на каждой карточке складывают, а полученные десять сумм перемножают.

а) Может ли в результате получиться 0?

б) Может ли в результате получиться 1?

в) Какое наименьшее целое неотрицательное число может в результате получиться?

2. Окружность, проходящая через вершины А и С треугольника ABC, пересекает сторону АВ в точке Е и сторону ВС в точке F. Найдите радиус окружности, если  $AC=6$ ,  $\angle AEC=5\angle BAF$ ,  $\angle ABC=72^\circ$ .

3. М. В. Ломоносов тратил одну денежку на хлеб и квас. Когда цены выросли на 20%, на ту же денежку он приобретал полхлеба и квас. Хватит ли той же денежки ему хотя бы на квас, если цены вырастут еще на 20%? Ответ обоснуйте.

4. На учредительном собрании партии “Верный путь” 141 участник из 29 регионов второй день пытаются рассестись за круглым столом так, чтобы среди любых 35 подряд сидящих участников были представители всех регионов. Удастся ли этим достойным людям исполнить задуманное?

5. Каждый из 10 гномов либо всегда говорит правду, либо всегда лжет. Известно, что каждый из них любит ровно один сорт мороженого: сливочное, шоколадное или фруктовое. Сначала Белоснежка попросила поднять руки тех, кто любит сливочное мороженое, и все подняли руки, потом тех, кто любит шоколадное мороженое – и половина гномов подняли руки, потом тех, кто любит фруктовое мороженое – и руку поднял только один гном. Сколько среди гномов правдивых?

$$y = \frac{(\sqrt{x^2 + 3x})^2}{x}$$

6. Постройте график функции  $y = \frac{(\sqrt{x^2 + 3x})^2}{x}$ . Найдите значения  $a$ , при которых прямая  $y = a$  не имеет с графиком данной функции общих точек.

## 11 класс

1. В школе 350 учеников и 175 парт(все парты заняты и свободных мест нет). Ровно половина девочек сидит за одной партой с мальчиками. Можно ли пересадить учеников так, чтобы ровно половина мальчиков сидела за одной партой с девочками?
2. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $x^2 - 8x = 2|x - a| - 16$  имеет ровно три различных решения.
3. На окружности некоторым образом расставили натуральные числа от 1 до 21 (каждое число поставлено по одному разу). Затем для каждой пары соседних чисел нашли разность большего и меньшего.
  - а) Могли ли все полученные разности быть не меньше 11?
  - б) Могли ли все полученные разности быть не меньше 10?
4. Известно, что Шакал всегда лжёт, Лев говорит правду, Попугай просто повторяет последний услышанный ответ (а если его спросить первым, ответит как попало), а Жираф даёт честный ответ, но на предыдущий заданный ему вопрос (а на первый вопрос отвечает как попало). Мудрый Ёжик в тумане наткнулся на Шакала, Льва, Попугая и Жирафа и решил выяснить, в каком порядке они стоят. Спросив всех по очереди «Ты Шакал?», он понял только лишь, где Жираф. Спросив всех в том же порядке: «Ты Жираф?», он смог ещё понять, где Шакал, но полной ясности так и не наступило. И лишь после того как на вопрос «Ты Попугай?» первый ответил «Да», Ежу, наконец, стало ясно, в каком порядке стояли животные. Так в каком же?
5. Решите уравнение  $2 - \log_{\sin x} \cos x = \log_{\cos x} \sin x$ .
6. В каком году родились люди, которым в 2016 году исполнилось столько лет, какова сумма цифр их года рождения?