

**Школьный этап всероссийской олимпиады
школьников по математике
2019-2020г**

4 класс

4.1. Найдите решение числового ребуса $abb+bab=1000$, где a и b – различные цифры.

4.2. Составьте из восьми различных ненулевых цифр 4 двузначных числа таких, что сумма двух из них равна сумме двух других.

4.3. У Карлсона в шкафу стоят 5 банок малинового, 8 банок земляничного, 10 банок вишневого и 25 банок клубничного варенья. Может ли Карлсон съесть все варенье, если каждый день он хочет съедать 2 банки варенья, при этом обязательно из разных ягод?

4.4. Петя сказал, что у него братьев и сестер поровну, а Маша сказала, что у нее братьев в три раза больше, чем сестер. Сколько детей в семье, если Маша и Петя – брат и сестра?

**Школьный этап всероссийской олимпиады
школьников по математике
2019-2020г**

5 класс

5.1. Найдите решение числового ребуса $abb+bab=1000$, где a и b – различные цифры.

5.2. Составьте из восьми различных ненулевых цифр 4 двузначных числа таких, что сумма двух из них равна сумме двух других.

5.3. У Карлсона в шкафу стоят 5 банок малинового, 8 банок земляничного, 10 банок вишневого и 25 банок клубничного варенья. Может ли Карлсон съесть все варенье, если каждый день он хочет съедать 2 банки варенья, при этом обязательно из разных ягод?

5.4. Петя сказал, что у него братьев и сестер поровну, а Маша сказала, что у нее братьев в три раза больше, чем сестер. Сколько детей в семье, если Маша и Петя – брат и сестра?

5.5. В ящике 23 кг гвоздей. Как с помощью чашечных весов и одной гири в 1 кг за два взвешивания отмерить 5 кг гвоздей?

**Школьный этап всероссийской олимпиады
школьников по математике
2019-2020г**

6 класс

6.1. Расставьте скобки в выражении $7 - 6 - 5 - 4 - 3 - 2 - 1 = 0$ так, чтобы получилось верное равенство.

6.2. Запишите числа 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9 в строку так, чтобы из любых двух соседних чисел одно делилось бы на другое.

6.3. Даны три сосуда: первый емкостью 3 л, второй — 5 л, третий — 20 л. Первые два сосуда пустые. Третий заполнен водой. Как с помощью нескольких переливаний налить во второй сосуд ровно 4 л воды? (При переливаниях разрешается наливать в сосуд ровно столько воды, сколько в нем помещается, либо выливать всю воду из одного сосуда в другой, если она в него вся помещается.)

6.4. Из клетчатого квадрата 5×5 вырезали центральный квадратик 1×1 . Разрежьте оставшуюся фигуру на 6 равных клетчатых фигур. Приведите какой-нибудь один пример разрезания.

6.5. У весов сдвинута стрелка, то есть они всегда показывают на фиксированное число граммов больше (или меньше) чем истинный вес. Когда на весы положили дыню, весы показали 3 кг. Когда на весы положили арбуз, весы показали 5 кг. Когда взвесили и арбуз, и дыню, весы показали 7 кг. Сколько кг покажут весы, если на них поставить гирию в 2 кг?

**Школьный этап всероссийской олимпиады
школьников по математике
2019-2020г**

7 класс

7.1. В пенале лежит 10 ручек. Известно, что, по крайней мере, одна из ручек красная. Также известно, что если из пенала взять любые две ручки, то среди них обязательно будет синяя. Сколько красных ручек может быть в пенале? Объясните свой ответ.

7.2. Найдите десять натуральных чисел, сумма и произведение которых равны 20.

7.3. Разрежьте квадрат 3×3 на две части и квадрат 4×4 на две части так, чтобы из полученных четырех кусков можно было сложить квадрат.

7.4. Три ученика A , B и C участвовали в беге на 100 м. Когда A прибежал на финиш, B был позади него на 10 м, также, когда B финишировал, C был позади него на 10 м. На сколько метров на финише A опередил C ?

7.5. Из произведения всех натуральных чисел от 99 до 3388 включительно вычеркнули все числа, делящиеся на 5. Какой цифрой будет оканчиваться произведение оставшихся чисел?

**Школьный этап всероссийской олимпиады
школьников по математике
2019-2020г**

8 класс

8.1. Петя считает пальцы на левой руке от большого пальца до мизинца и обратно от мизинца до большого. Каждый следующий счет приходится на другой палец. На какой палец придется число 2018? (Счет: 1 – большой, 2 – указательный, 3 – средний, 4 – безымянный, 5 – мизинец, 6 – безымянный, 7 – средний, и т. д.)?

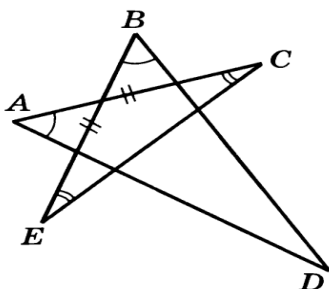
8.2. Докажите, что если $a+2b=3c$, и $b+2c=3a$, то $c+2a=3b$.

8.3. Найдите какое-нибудь натуральное число, произведение цифр которого на 60 больше суммы его цифр.

8.4. Вдоль забора растут 8 кустов малины. Число ягод на соседних кустах отличается на 1.

Может ли на всех кустах вместе быть 225 ягод?

8.5. У звезды $ACEBD$ (см. рис.) равны углы при вершинах A и B , углы при вершинах E и C , а также равны длины отрезков AC и BE . Докажите, что $AD = BD$



**Школьный этап всероссийской олимпиады
школьников по математике
2019-2020г**

9 класс

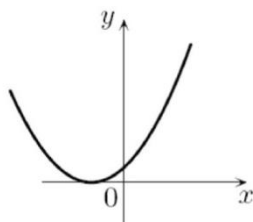
9.1. Найдите сумму двух различных чисел a и b , удовлетворяющих равенству $a^2 + b = b^2 + a$.

9.2. Поезд, двигаясь с постоянной скоростью, к 17^{00} проехал в 1,25 раза больший путь, чем к 16^{00} . Когда поезд выехал?

9.3. Какую наименьшую сумму могут иметь три последовательных натуральных числа, если эта сумма оканчивается на 1234?

9.4. В треугольнике ABC биссектриса AE равна отрезку EC . Найдите угол ABC , если $AC = 2AB$.

9.5. Дан график функции $y = x^2 + ax + a$ (см. рис.). Найдите a .



**Школьный этап всероссийской олимпиады
школьников по математике
2019-2020г**

10 класс

10.1. Найдите какое-нибудь натуральное число, произведение цифр которого на 100 меньше суммы его цифр.

10.2. Если каждый мальчик купит пирожок, а каждая девочка – булочку, то они потратят вместе на один рубль меньше, чем, если бы каждый мальчик купил булочку, а каждая девочка – пирожок. Известно, что пирожок и булочка стоят целое число рублей, и что мальчиков больше, чем девочек. На сколько человек их больше?

10.3. Какую наименьшую сумму могут иметь девять последовательных натуральных чисел, если эта сумма оканчивается на 1020304?

10.4. Петя составляет «таблицу умножения». Слева от таблицы он написал натуральные числа от 10 до 75 включительно, сверху – от 11 до 48 включительно. После чего записал в таблицу соответствующие произведения пар чисел. Сколько из выписанных произведений являются четными числами?

10.5. Точка D – середина стороны AC треугольника ABC , DE и DF – биссектрисы треугольников ADB и CDB . Докажите, что EF и AC параллельны.

**Школьный этап всероссийской олимпиады
школьников по математике
2019-2020г**

11 класс

11.1. Придумайте квадратный трехчлен, который имеет отрицательный коэффициент, но при всех x больше трехчлена $x^2 + 1$.

11.2. По круговой дороге велодрома едут два велосипедиста с неизменными скоростями. Когда они едут в противоположенных направлениях, то встречаются каждые 10 секунд, когда же они едут в одном направлении, то один настигает другого каждые 170 секунд. Какова скорость каждого велосипедиста, если длина круговой дороги 170 метров?

11.3. Найдите количество четырехзначных чисел, у которых третья цифра меньше четвертой на 1.

11.4. В треугольной пирамиде $SABC$ провели биссектрисы SM (в грани SAB) и SN (в грани SAC). Оказалось, что $MN \parallel BC$. Докажите, что у пирамиды есть два ребра одинаковой длины.

11.5. На столе белой стороной кверху лежали 100 карточек, у каждой из которых одна сторона белая, а другая черная. Миша перевернул 50 карточек, затем Ваня перевернул 60 карточек, а после этого Петя – 70 карточек. Оказалось, что в результате все 100 карточек лежат черной стороной вверх. Сколько карточек было перевернуто трижды?